Bibliographie

Johann Jacob Burckhardt, Die Bewegungsgruppen der Kristallographie, Zweite, neubearbeitete Auflage (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften, Mineralogisch-Geotechnische Reihe, Band II), 209 Seiten, Birkhäuser Verlag, Basel—Stuttgart, 1966.

Die erste Auflage des vorliegenden Buches, in dem zum erstenmal die Systematisierung der Kristallen von rein mathematischem Standpunkt aus gegeben wurde, ist im Jahre 1947 erschienen und hat in verschiedenen Leserkreisen einen guten Empfang bekommen. Diese zweite Auflage ist als Folge des regen Interesses für dieses Buch zu betrachten. An einigen Stellen enthält sie Änderungen bzw. Korrektionen und Erweiterungen. Ganz neu wurde die Darstellung der Bewegungsgruppe des triklinen, rhomboedrischen, hexagonalen und monoklinen Systems bearbeitet. In diesen Systemen wurden nämlich neben den Gruppen von Fedorov und Schoenflies (oder den einfarbigen Gruppen) auch die zugehörigen zweifarbigen Gruppen betrachtet. Die 1651 zweifarbigen Gruppen des dreidimensionalen Raumes wurden von Gelehrten der russischen bzw. sowjetischen Schule mit geometrischen Methoden vollständig bestimmt.

Die neubearbeitete Auflage wurde mit einigen neuen Tafeln und auch mit der neuesten Literatur ergänzt. *J. Szendrei* (Szeged)

Charles B. Morrey, Jr., Multiple integrals in the calculus of variations, VI+506 pages, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1966.

Das vorliegende Buch ist von zahlreichen Gesichtspunkten von grundlegender Bedeutung unter den Monographien der Variationsrechnung. Es kann als das erste zusammenfassende Werk betrachtet werden, das diejenigen Ergebnisse systematisch behandelt, welche die Mathematiker in den letzten Jahrzehnten in Bezug auf die mehrdimensionalen Variationsprobleme erreicht haben. Das Buch strebt keine Vollständigkeit an. In den Mittelpunkt stellt es die Probleme, die theoretisch und vom Gesichtspunkt der mathematischen Anwendung her, wie die Existenz von Lösungen und das Problem der Differenzierbarkeit der Lösungen, die wichtigsten sind. In Verbindung damit werden auch die neuesten Ergebnisse, von denen mehrere dem Verfasser zu verdanken sind, bearbeitet.

Das Buch ist in zehn Kapitel aufgeteilt, deren Stoffgebiete verschiedenartig ineinandergreifen und die einzelnen Probleme miteinander verbinden.

Das erste Kapitel beginnt mit einem Überblick über die klassischen notwendigen und hinreichenden Bedingungen. Dem folgt eine kurze Behandlung der Entwicklung der direkten Methoden. Ein Teil dieses Kapitels, sowie Kapitel 3 und 4 sind der Untersuchung der Halbstetigkeit von unten gewidmet, wobei bei der Behandlung dieses Themenkreises der Schwierigkeitsgrad von Kapitel zu Kapitel gesteigert wird. Die allgemeinsten Untersuchungen beziehen sich auf die Fälle, wo die zulässigen Funktionen zu gewissen Sobolewschen Räumen gehören.

Das zweite Kapitel befasst sich mit dem Teil der Theorie über die harmonischen Funktionen und verallgemeinerten Potentiale, der im Buch zur Anwendung kommt. Schon am Ende des ersten Kapitels findet man einige Sätze, die sich auf die schwachen Lösungen der Eulerschen Gleichung beziehen. Die detaillierte Behandlung der Ergebnisse, die sich auf die Differenzierarkeit der schwachen Lösung beziehen, beinhaltet das 5. Kapitel. Dieses Kapitel beschäftigt sich unter anderem auch mit der Verallgemeinerung von Ergebnissen von DE GIORGI, NASH und MOSER und mit der Theorie von LADYSHENSKAJA und URALTZEWA.

Das 6. Kapitel behandelt die Lösungen allgemeiner elliptischer Systeme und auf die Regularität sich beziehende Untersuchungen. Die darauf bezüglichen grundlegenden Resultate von AGMON, BROWDER, DE GIORGI, DOUGLIS, F. JOHN, NASH, NIRENBERG und MORREY werden hier dargelegt.

Das 7. Kapitel zeigt Anwendungen der Variationsmethoden auf die Grundlagen der Theorie von HODGE über die harmonischen Integrale.

Das 8. Kapitel befaßt sich ebenfalls mit einer Anwendung der Variationsmethoden. Es untersucht das für äußere Differentialformen definierte ∂-Neumannsche Problem in streng pseudokonvexen komplexen analytischen Mannigfaltigkeiten.

Im 9. Kapitel wird das n-dimensionale Parameterproblem und das zweidimensionale Plateau-Problem untersucht. Es ist hervorzuheben, daß die Beweise von mehreren wichtigen bekannten Ergebnissen durch den Verfasser wesentlich vereinfacht wurden.

Das 10. Kapitel behandelt das mehrdimensionale Plateau-Problem. Auch dieses Kapitel enthält im wesentlichen die eigenen Ergebnisse der Autors, indem er die Beweise der diesbezüglichen grundlegenden Ergebnisse von REIFENBERG wesentlich vereinfacht und diese auf die Riemannschen Mannigfaltigkeiten ausdehnt.

Dieses Werk eines der hervorragendsten Experten in der Variationsrechnung bedeutet für die mathematische Literatur einen grossen Gewinn. *A. Kósa* (Budapest)

A. Blanc-Lapierre—R. Fortet, Theory of Random Functions, Volume 1, second printing, translated from French by J. Gani, xxi+443 pages, New York—London—Paris, Gordon and Breach 1967.

The book is an English translation of the French original edited in 1953, which, in spite of the several essays and books connected with the topic that have appeared since then, has retained its interest. The book aims at the unification of the demands of the pure mathematician interested in the theory itself, and those of the practical worker interested in its application. This aim is attained with no essential curbing of mathematical precision.

The present volume deals with the underlying basis in probability theory; with an introduction to the theory of random functions (from both practical and theoretical points of view); with stochastic processes, with particular respect to random functions derived from Poisson processes, which have important applications; with Markoff processes; with permanent discontinuous and continuous Markoff chains; and with additive functionals of Markoff processes. The book is supplied with an appendix on the basic mathematical notions necessary for the understanding of the subjects dealt with.

The book contains many examples important for applications. *A. Máté* (Szeged)

D. Hilbert—W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, fifth edition, VIII+188 pages, Berlin—Heidelberg—New York, Springer-Verlag, 1967.

The book gives accounts of propositional calculus, class-calculus, first- and second-order logic and type-theory. In this edition, which is an unchanged reprint of the fourth one, the following were the main alterations carried out in comparison with the previous editions:

The foundation of the theory of tautological truth is achieved entirely on the basis of truth-value tables, and for the axiomatization of the propositional calculus a Gentzen-type axiom system is used, which is also suitable for constructing a decision procedure. An extra account on intuitionistic logic is added.

The axiom system given for first-order logic is an extension of that given for the propositional calculus. A new chapter is adopted on the axiomatization of a predicate calculus with identity. In contrast to the earlier editions a pedantic care is here laid on the distinction between semantical and syntactical variables. The notation of quantifiers and logical connectives was changed to comply with recent standards in the literature. *A. Máté* (Szeged)

I. Singer, Cea mai bună aproximare în spaţii vectoriale normate prin elemente din subspaţii vectoriale, 386 Seiten, Bucureşti, Editura Academii Republicii Socialiste România, 1967.

Die klassische Approximationstheorie, welche auch konstruktive Funktionstheorie genannt wird, begann mit den Untersuchungen des Fragenkomplexes: Wie gut ist die Approximation einer vorgegebenen Funktion mit gewissen Polynomen, und umgekehrt, was läßt sich über eine Funktion aussagen, wenn man weiß, daß sie mit einer Polynomfolge in einer vorgegebenen Größenordnung approximiert werden kann?

Natürlich bemerkt ein aufmerksamer Leser dieser klassischen Theorie sofort, daß nicht alle Beweise an das polynomiale Charakter der approximierenden Elemente gebunden ist, und man die Güte der Approximation nicht nur mit den klassischen Mitteln, sondern auch mit den Normen recht allgemeiner linearer Verktorräume messen könnte. Versucht man aber die Tatsachen der klassischen Approximationstheorie in diese Richtung zu verallgemeinern, so entsteht von selbst eine neue Problematik: Wie weit läßt sich überhaupt das Wirkungsfeld einer nicht trivialen Approximationstheorie erweitern; in welchen Räumen existieren überhaupt bestapproximierende Elemente mit vorgeschriebenen Eigenschaften; was läßt sich über die Eindeutigkeit aussagen, usw.? Greift man diese Probleme in möglichst vollständiger Allgemeinheit an, so kommt man rasch zur Überzeugung, daß eine vertiefte Untersuchung derartiger Fragen von den Werkzeugen der Funktionalanalysis ausgiebig Gebrauch machen muß.

Das Ziel des vorliegenden Buches ist eine Monographie vorzulegen, in welcher der heutige Stand der „funktionalanalytischen" Approximationstheorie bis in die Details geschildert wird. Da zu dieser Theorie der Verfasser in zahlreichen Abhandlungen vieles beigetragen hat, ergibt sich von selbst, daß in seinem Buch in erster Linie jene Teile reichlich dargestellt wurden, welche mit dem Problemkreis des Verfassers in Zusammenhang stehen. Dieser Umstand bringt zwar eine gewisse Einseitigkeit mit sich, doch ist das kein Nachteil, da das behandelte Material eben dadurch vertieft dargestellt wird. Das Buch ist i. a. gut leserlich und gedankenerregend. Eine Übersicht des Inhalts läßt sich am besten aus den Titeln der einzelnen Kapiteln herauslesen.

I. Beste Approximation in normierten linearen Räumen mit Elementen von linearen Unterräumen. — II. Beste Approximation in normierten linearen Räumen mit Elementen von linearen Unterräumen endlicher Dimension. — III. Beste Approximation in normierten linearen Räumen mit Elementen von abgeschlossenen linearen Unterräumen endlicher Kodimension. — Appendix I. Beste Approximation in normierten linearen Räumen mit Elementen von nicht-linearen Mengen. — Appendix II. Beste Approximation in metrischen Räumen mit Elementen von beliebigen Mengen. *G. Alexits* (Budapest)

Raymond M. Smullyan, First-Order Logic (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 43), XII+158 pages, Berlin—Heidelberg—New York, Springer-Verlag, 1968.

Reading this book does not require any particular preliminary knowledge, so it may serve for the beginner as an introduction to first-order logic; but the several new results contained in it make it interesting for the expert too.

The first part of the book is concerned with propositional calculus, with particular respect to the elegant proof procedure, the method of analytic tableaux, going back to E. W. Beth. This part of the book is concluded by the discussion of several different proofs of the compactness of the propositional calculus.

In the second part quantification theory is developed, the method of analytic tableaux is extended, the compactness property of first-order logic, the Skolem-Löwenheim theorem and the completeness theorem are proved. The Fundamental Theorem of Quantification Theory, a far-reaching extension of the completeness theorem, is established. The culmination of this part is chapter X, which gives some insight into the relation between the Lindenbaum—Henkin type completeness proofs and those of cut-free systems.

The third part of the book deals with various further topics in first-order logics such as Gentzen systems, the tableaux method for prenex formulas, the definition of a new Gentzen-type system for the derivation of CRAIG's Interpolation Lemma, symmetric completeness theorems; and finally some new systems of Linear Reasoning are considered. *A. Máté* (Szeged)

Walter Feit, Characters of finite groups (Mathematics lecture notes), VIII+186 pages, W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1967.

The aim of these lecture notes is to familiarize the reader, in particular the advanced student, with some of the methods which have proved fruitful in current research in that aspect of group theory which uses the theory of characters. The representation theory of finite groups is involved in this matter with a particular emphasis on how the whole theory may be used to obtain information about the structure of finite groups.

The book starts with the definitions of representations and characters and the basic properties of these notions are developed. Next comes R. BRAUER's fundamental theorem on the character ring of a finite group, and some of the generalizations of this theorem are presented. Several applications are also given, including some concerned with splitting field and Schur indices. The remainder of the book is devoted to structural questions of finite groups such as various criteria for a group to be simple, P. HALL's characterization of solvable groups, I. G. THOMPSON's criterion for a group to have a normal p complement for an odd prime p, etc. The last part of the book contains results of mainly recent origin. Most of the proof in this part make use of the concept of a trivial intersection set which has proved useful, among other things, for studying the solvability of certain groups of odd order. Some generalization of this concept are also treated together with the related concept of coherent sets.

The book bears the imprint of the mastery the author has of his subject, and it may be expected that it will be very useful to anyone interested in this field, both as an introductory text and as a work of reference. *I. Kovács—J. Szűcs* (Szeged)

D. K. Sen, Fields and/or Particles, 138 pages, London—New York, Academic Press—Toronto, The Ryerson Press, 1968.

The problem of field-particle duality is discussed providing a brief survey of some of the fundamental classical and quantum theories of physics from an overall point of view. The author classifies the physical theories included into three categories: dualistic, non-dualistic and unified non-dualistic. From the first category he treats the classical electrodynamics and gravitation theory, and the quantum theory of particles, from the second one the classical field and particle formalism, and the quantum theory of fields, finally, from the third one, the theory of Einstein—Schrödinger, Wheeler—Misner's geometrodynamics, and Heisenberg's unified field theory. He describes the history of the attempts to understand and overcome the problem of duality, but only presents the essentials and does not attempt to go into details or give any applications. The book may serve as an introductory text for graduate students on the theories of fields and particles.

J. I. Horváth (Szeged)